

## SOBRE OS NÚMEROS PRIMOS

1. Introdução – O que são Números Primos? (Quem se importa?...)
2. Top Ten : os 10 maiores números primos, os 10 maiores primos gémeos, os 10 maiores primos de Mersenne, os 10 maiores primos de Sophie Germain

### 1 – Introdução

Um inteiro maior do que 1 é chamado “número primo” se os seus únicos divisores inteiros são ele próprio e o número 1. Por exemplo, os divisores primos de 10 são 2 e 5; e os seis primeiros primos são 2,3,5,7 e 11. Há mais de 2 mil anos que os primos têm sido objecto de estudo devido a sua importância e mistério.

O Teorema Fundamental da Aritmética mostra-nos que : cada positivo é uma factorização única de números primos (exceptuando a ordem dos factores...), enunciado de forma explícita por Gauss em 1801 nas *Disquisitiones Arithmeticae*. Os primos desempenham um papel importante em vários ramos da Matemática, como a geometria, a análise, a teoria dos números e a criptografia.

Os Gregos provaram (300 A.C) que existia uma infinidade de números primos, espaçados de maneira irregular ( não existe nenhuma razão constante entre dois primos consecutivos). Segundo Don Zagier , “os primos são os objectos mais arbitrários estudados pelos matemáticos: crescem como ervas daninhas por entre números naturais, parecendo não obedecer a outra lei, além do acaso, ninguém pode prever onde vai surgir o próximo número...”. Várias questões foram feitas acerca dos números primos: quantos existem? Como saber se um determinado número é primo ( de um ordem de grandeza elevada). Durante muito tempo, o estudo dos primos foi encarado como um jogo intelectual, desprovido de qualquer utilização prática. Actualmente desempenham um papel fundamental na criptografia, no sistema de codificação e descodificação de mensagens.

No século XIX, foi provado que o número de primos menor ou igual a  $n$  tende para  $n/(\log n)$  (com  $n$  muito grande); logo uma estimativa para saber qual o  $n$ -ésimo primos é  $n \log n$  (Ver o artigo “Quantos primos existem?”)

O Crivo de Eratóstenes continua a ser a maneira mais eficiente de encontrar todos os “pequenos primos” ( $\leq 1,000,000$ ).

Em 1984 Samuel Yates definiu o primos titânico: um primo com pelo menos 1,000 dígitos! Quando ele introduziu este termo só existiam 110 desses números; hoje já existem 100 vezes mais. E, como o uso do computador e da criptologia esse número tende em aumentar. Não faltará muito para conhecermos um primo com 10 milhões de dígitos.

**2 – O Top Ten dos Records com primos ( maiores, maiores primos gémeos, maiores primos de Mersenne, maiores primos de Sophie Germain)**

Em 14 de Novembro de 2001, o equipe de Michael Cameron, George Woltman e Scott Kurowsky descobriram um novo record:  $2^{13466917}-1$ . Michael descobriu este número usando um programa escrito por George com link a base de dados da GIMPS via Scott's PrimeNet. Michael é um estudante de Ontario, e é um dos 120,00 individuos envolvidos na GIMPS: the Great Internet Mersenne Prime Search criada por Woltman em 1996. GIMPS oferece software grátis (e o código fonte) para utilizadores de computadores pessoais que queiram participar na iniciativa.

Este é o 5º record da GIMPS! Este primo poderá ser o 39º ( na lista dos primos de Mersenne), mas só saberemos quando a GIMPS completar de testar todos os expoentes abaixo desse. A máquina do Michael (800 Mhz AMD T-Bird) demorou 42 dias contínuos para encontrar esse primo. A "primalidade" desse número foi primeiro verificada por George Woltman. Foi depois verificada por Paul Victor usando um programa escrito por Ernst Mayer numa Workstation Compaq Alpha a 667 Mhz (essa verificação demorou a volta de 3 semanas)

<b>Primos</b>	<b>Nº de Dígitos</b>	<b>Autor</b>	<b>Data</b>
$2^{13466917}-1$	4053946	Cameron, Woltman, Kurowski, GIMPS	2001
$2^{6972593}-1$	2098960	Hajratwala, Woltman, Kurowski, GIMPS	1999
$2^{3021377}-1$	909256	Clarkson, Woltman, Kurowski, GIMPS	1998
$2^{2976221}-1$	895932	Spence, Woltman, GIMPS	1997
$2^{1398269}-1$	420921	Armengaud, Woltman, GIMPS	1996
$843832^{65536}+1$	388384	Gallot, Fougeron, Gallot	2001
$2^{1257787}-1$	378632	Slowinski, Gage	1996
$108368^{65536}+1$	329968	Bodenstein, Gallot	2001
$48594^{65536}+1$	307140	Scott, Gallot	2000
$3 \cdot 2^{916773}+1$	275977	Cosgrave, Jobling, Woltman, Gallot	2001

**Primos Gémeos** são 2 números primos do tipo  $p$  e  $p+2$ , isto diferem por 2 ( por exemplo 3-5, 11-13, 17-19,...). Está conjecturado, mas não provado que existe uma infinidade desses primos. Na tabela abaixo estão os 10 maiores Primos Gémeos conhecidos até hoje.

Primos Gémeos	Nº de dígitos	Autor	Data
$318032361 \cdot 2^{107001} \pm 1$	32220	Underbakke, Carmody, PrimeForm	2001
$1807318575 \cdot 2^{98305} \pm 1$	29603	Underbakke, Carmody, Gallot	2001
$665551035 \cdot 2^{80025} \pm 1$	24099	Underbakke, Carmody, Gallot	2000
$781134345 \cdot 2^{66445} \pm 1$	20011	Underbakke, Carmody, PrimeForm	2001
$1693965 \cdot 2^{66443} \pm 1$	20008	LaBarbera, Jobling, Gallot	2000
$83475759 \cdot 2^{64955} \pm 1$	19562	Underbakke, Jobling, Gallot	2000
$291889803 \cdot 2^{60090} \pm 1$	18098	Boivin, Gallot	2001
$4648619711505 \cdot 2^{60000} \pm 1$	18075	Indlekofer, Jarai, Wassing	2000
$2409110779845 \cdot 2^{60000} \pm 1$	18075	Indlekofer, Jarai, Wassing	2000
$2230907354445 \cdot 2^{48000} \pm 1$	14462	Indlekofer, Jarai, Wassing	1999

**Primos de Mersenne** são primos do tipo  $2^p-1$ . Estes primos são os mais fáceis de pesquisar num computador binário e como consequência são os maiores primos conhecidos.

Primos de Mersenne	Nº de dígitos	Autor	Data
$2^{13466917}-1$	4053946	Cameron, Woltman, Kurowski, GIMPS	2001
$2^{6972593}-1$	2098960	Hajratwala, Woltman, Kurowski, GIMPS	1999
$2^{3021377}-1$	909526	Clarkson, Woltman, Kurowski, GIMPS	1998
$2^{2976221}-1$	895932	Spence, Woltman, GIMPS	1997
$2^{1398269}-1$	420921	Armengaud, Woltman, GIMPS	1996
$2^{1257787}-1$	378632	Slowinski, Gage	1996
$2^{859433}-1$	258716	Slowinski, Gage	1994
$2^{756839}-1$	227832	Slowinski, Gage	1992
$2^{216091}-1$	65050	David Slowinski	1985
$2^{132049}-1$	39751	David Slowinski	1983

Um primo de Sophie Germain é um primo  $p$  tal que  $2p+1$  também é primo.

Primos de S.Germain	Nº de dígitos	Autor	Data
$109433307 \cdot 2^{66452} - 1$	20013	Underbakke, Jobling, Gallot	2001
$984798015 \cdot 2^{66444} - 1$	20011	Underbakke, Jobling, Gallot	2001
$3714089895285 \cdot 2^{60000} - 1$	18075	Indlekofer, Jarai, Wassing	2000
$18131 \cdot 22817\# - 1$	9853	Henri Lifchitz	2000
$18458709 \cdot 2^{32611} - 1$	9825	Kerchner, Gallot	1999
$415365 \cdot 2^{30052} - 1$	9053	Scott, Gallot	1999
$18482685 \cdot 2^{27182} - 1$	8190	Rouse, Gallot	2001
$22717075 \cdot 2^{26000} + 1$	7835	Paul Jobling	2001
$161193945 \cdot 2^{25253} - 1$	7611	Narayanan, Gallot	2001
$121063995 \cdot 2^{25094} - 1$	7563	Schoenberger, Gallot	2001

Enviar comentários para: [Sérgio Silva](#)